



(PETITE) MÉTHODOLOGIE IV

DÉNOMBREMENT.

Le but de ce travail est de passer en revue les méthodes qui permettent de faire des dénombrements : compter des mains qui satisfont à différentes contraintes dans un jeu de cartes, le nombre de tirage de boules possibles dans une urne ; avec et sans remise, etc.

Ces techniques sont plutôt du ressort du programme de ECG 1 mais les questions de dénombrement apparaissent systématiquement dans les sujets de concours.

Dans cet séance de méthodologie, nous utiliserons la terminologie suivante (qui n'est peut-être pas exactement celle de ECG 1).

Soit E un ensemble à n éléments.

1. Une k -liste ou une liste de longueur k est un k -uplet d'éléments de E .
2. Un k -arrangement est une liste de E dont les éléments sont deux à deux distincts.
3. Une combinaison de k éléments parmi n est une partie de k éléments de E .

La différence fondamentale entre les listes et les parties réside dans le fait que pour les listes, on tient compte de l'ordre des éléments. Plus précisément, la liste à deux éléments à (e_1, e_2) est différente de la liste (e_2, e_1) tandis que la partie $\{e_1, e_2\}$ est égale à la partie $\{e_2, e_1\}$.

Tous les problèmes de dénombrements se ramènent, soit à faire un décompte à la main, soit à utiliser une ou plusieurs des formules suivantes.

Exercice 1.- *Préliminaires.* 1. Rappeler la formule qui donne le nombre de listes de longueur k dans un ensemble E à n éléments.

2. Même questions pour les arrangements.
3. Même question pour les parties.

Exercice 2.-

Une urne contient n boules numérotées de 1 à n . On tire k boules dans cette urne

1. avec remise et on tient compte de l'ordre d'apparition des boules. Combien de possibilités de tirages obtient-on ?
2. sans remise et on tient compte de l'ordre d'apparition des boules. Combien de possibilités de tirages obtient-on ?
3. avec remise et on ne tient pas compte de l'ordre d'apparition des boules. Combien de possibilités de tirages obtient-on ?
4. sans remise et on ne tient pas compte de l'ordre d'apparition des boules. Combien de possibilités de tirages obtient-on ?

Exercice 3.-

Combien le mot **poire** a-t-il d'anagrammes? Combien le mot **anagramme** a-t-il d'anagrammes?

Exercice 4.-

On dispose d'un jeu de 32 cartes avec lequel on joue au Poker : on distribue à un joueur une main de 5 cartes.

1. Combien de mains différentes peut-il recevoir?
2. Combien contiennent un carré (4 cartes d'une même hauteur et une autre carte)?
3. Combien contiennent une quite floche (5 cartes consécutives d'une même couleur)?
4. Combien contiennent une couleur (5 cartes d'une même couleur)?
5. Combien contiennent un full (3 cartes d'une même hauteur et deux autres d'une même hauteur)?
6. Combien contiennent une paire et rien de mieux?
7. Combien contiennent exactement un roi?
8. Combien contiennent au moins deux carreaux?
9. Combien contiennent exactement deux piques et deux coeurs?
10. Combien contiennent exactement un roi et deux trèfles?

Exercice 5.-

On joue au loto en cochant dans une grille 6 numéros parmi les numéros $1, 2, \dots, 49$. On place ensuite 49 boules numérotées de 1 à 49 dans une urne et on extrait 6 de ces boules. On obtient ainsi les numéros gagnants. L'ordre ne compte pas.

1. Combien y a-t-il de tirages possibles.
2. Combien de tirages fournissent exactement 1,2,3,4,5,6 numéros gagnants? En supposant que les tirages sont équiprobables, quelle est la probabilité de gagner au loto?